1. Einführung

Wegen ihrer besonderen Eigenschaften besitzt die elektrische Energie eine herausragende Bedeutung für die Energieversorgung. Sie kann aus allen Energieformen mit vertretbarem Aufwand gewonnen werden, sie lässt sich vergleichsweise einfach und verlustarm transportieren und sie kann mit hohem Wirkungsgrad in jede beliebige andere Nutzenergie gewandelt werden.

Jedoch ist die elektrische Energie leitungsgebunden und kann nur sehr begrenzt mit einem vertretbaren Aufwand sinnvoll gespeichert werden. Damit hängt der Betrieb bzw. die Einsatzplanung/-steuerung stark vom aktuellen Bedarf im Versorgungsnetz ab.

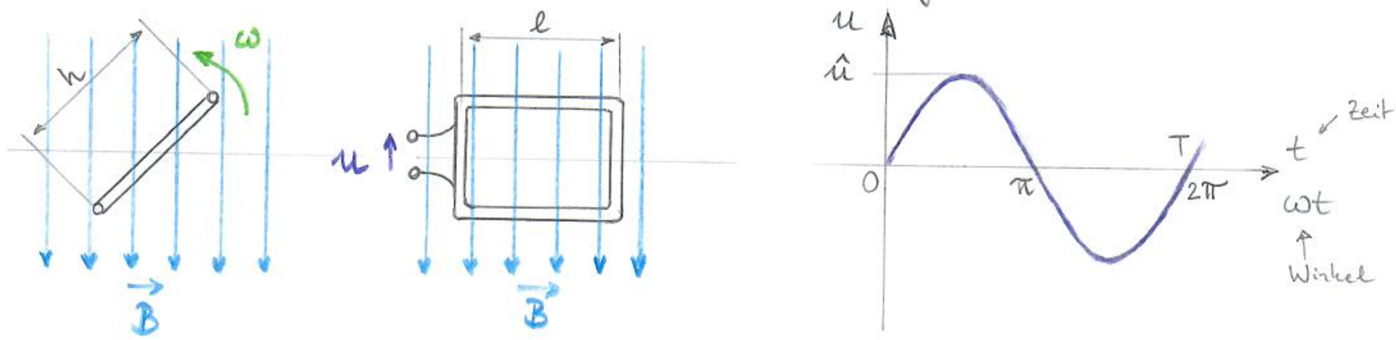
Wertschöpfungskette der Elektr. Energieversorgung: Erzeugung → Transport u. Verteilung → Nutzung (Kunde)

Die öffentliche Versorgung mit elektrischer Energie beruht heute weltweit auf der Erzeugung von zeitlich sinusförmigen Wechsel-Spannungen, die 3-phasig (Drehstrom) miteinander verbunden sind. Der wesentliche Vorteil der sinusförmigen Wechselspannung ist die einfache Transformierbarkeit der Spannung. $\boxed{\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2}}$

So erfolgt die Fernübertragung zur Minderung der Verluste $I^2 \cdot R$ bei minimaler Stromstärke und dafür möglichst hoher Spannung.

2. Grundbegriffe der Wechselstromtechnik

Erzeugung einer sinusförmigen Wechselspannung:



Eine Rechteckspule mit der Höhe h und der Länge l rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit ω in einem homogenen Magnetfeld der Flussdichte B.

Die Spule wird von dem magnetischen Fluss

$$\Phi = B \cdot A = B \cdot h \cdot l \cdot \cos \omega t$$ durchsetzt.

Nach dem Induktionsgesetz wird in der Spule, wenn diese aus N Windungen besteht, die Spannung

$$u = -N \frac{d\Phi}{dt} = N \cdot B \cdot h \cdot l \cdot \omega \cdot \sin \omega t$$ induziert.

sin ωt kann max. den Wert eins annehmen, daher ergibt sich für den größten Augenblickswert (Scheitelwert od. Amplitude):

$$\hat{u} = N \cdot B \cdot h \cdot l \cdot \omega$$

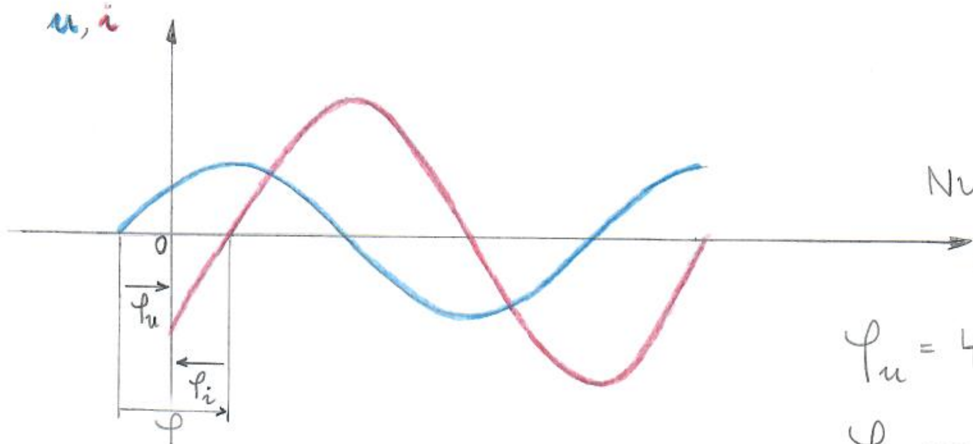
$$\Rightarrow \boxed{u = \hat{u} \cdot \sin \omega t}$$

Winkel (im Bogenmaß): $\omega T = 2\pi$ ↝ Periodendauer $T = \frac{2\pi}{\omega}$

Frequenz $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ $\quad [f] = \frac{1}{s} = Hz$

Die Netzfrequenz (in elektr. Energienetzen) beträgt $f = 50\ Hz$.
Damit ergibt sich eine Periodendauer $T = 0{,}02\ s = 20\ ms$.

Zeitlicher Verlauf einer Spannung und eines Stromes:



Nullphasenwinkel:

Pfeilspitze zeigt nach rechts

$\varphi_u = 40°$ (φ_u ist positiv)

Pfeilspitze zeigt nach links

$\varphi_i = -50°$ (φ_i ist negativ)

Von besonderer Bedeutung ist die zwischen Spannung und Strom bestehende Phasenverschiebung. Sie wird durch den Winkel

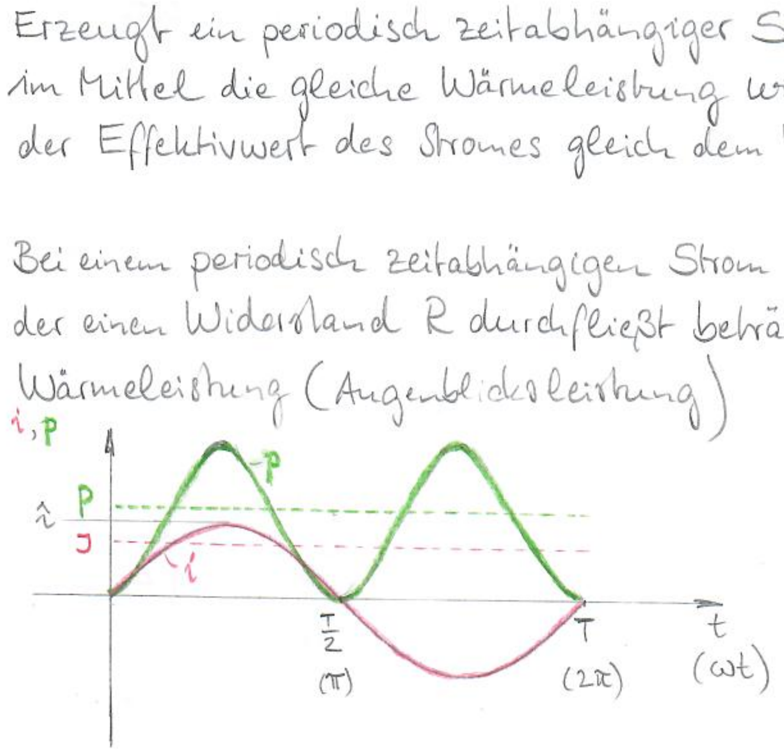
$\boxed{\varphi = \varphi_u - \varphi_i}$ dargestellt. φ wird als Phasenverschiebungswinkel bezeichnet.

Im dargestellten Fall ist die Spannung gegenüber dem Strom voreilend. Geht dagegen die Spannung später durch NULL als der Strom, eilt die Spannung also dem Strom nach, so nimmt der Phasenverschiebungswinkel φ einen negativen Wert an.

Effektivwert

Erzeugt ein periodisch zeitabhängiger Strom in einem Widerstand im Mittel die gleiche Wärmeleistung wie ein Gleichstrom, so ist der Effektivwert des Stromes gleich dem Wert des Gleichstromes.

Bei einem periodisch zeitabhängigen Strom i mit beliebiger Kurvenform der einen Widerstand R durchfließt beträgt die dabei entstehende Wärmeleistung (Augenblicksleistung) $p = i^2 \cdot R$



Die in einer Periode erzeugte Wärmeenergie beträgt bei der Periodendauer T

$$W = \int_0^T p \, dt = \int_0^T i^2 \cdot R \, dt$$

Hieraus ergibt sich die mittlere erzeugte Wärmeleistung als

$$P = \frac{W}{T} = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 \cdot R \, dt$$

P stellt also den zeitlichen Mittelwert der Augenblicksleistung p dar.

Ein Gleichstrom J erzeugt im gleichen Widerstand R die Wärmeleistung $P = J^2 \cdot R$.

$$\Rightarrow \quad J^2 \cdot R = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 \cdot R \, dt$$

$$J = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 \, dt} \quad ; \quad U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2 \, dt}$$

die angegebenen Beziehungen gelten für beliebige Kurvenformen

Effektivwerte werden üblicherweise – ebenso wie Gleichspannungen u. -ströme – durch große Buchstaben dargestellt.

Bei einem sinusförmig verlaufenden Strom i gilt: $i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$

Ersetzt man zur Berechnung des Effektivwertes die Zeit t durch den ihr proportionalen Winkel ωt als Variable, so wird mit $\omega T = 2\pi$

$$J = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} i^2 \, d\omega t}$$

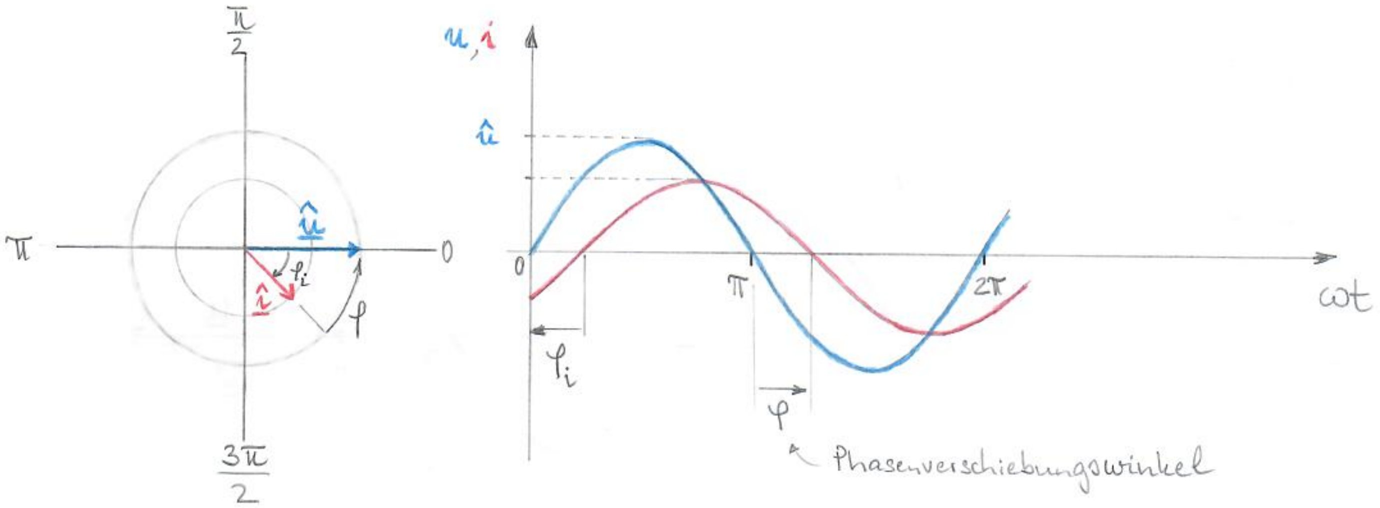
mit $i = \hat{i} \cdot \sin \omega t$ ergibt sich $J = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \hat{i}^2 \cdot \sin^2 \omega t \, d\omega t}$

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \omega t \, d\omega t = \left(\frac{1}{2}\omega t - \frac{1}{4}\sin 2\omega t\right)\Big|_0^{2\pi} = \pi$$

$$\Rightarrow \quad J = \sqrt{\frac{\hat{i}^2}{2\pi} \cdot \pi} \quad \Rightarrow \quad J = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$$

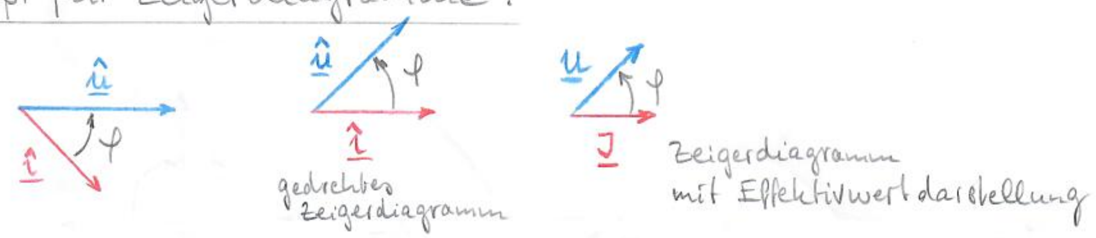
Den Effektivwert eines sinusförmigen Wechselstromes erhält man also dadurch, dass man den Scheitelwert durch den Faktor $\sqrt{2}$ teilt. Gleiches gilt für den Effektivwert einer sinusförmigen Wechselspannung.

Zeigerdarstellung von Sinusgrößen:



Da die Augenblickswerte von Wechselgrößen im Allgemeinen nicht benötigt werden, kann man sich bei der Darstellung eines Zeigerdiagramms auch gedanklich von den zugehörigen Sinuskurven lösen.
Da Wechselgrößen meist durch ihre Effektivwerte angegeben werden, liegt es nahe, diese auch bei Zeigerdarstellungen zu verwenden.

Bsp. für Zeigerdiagramme:

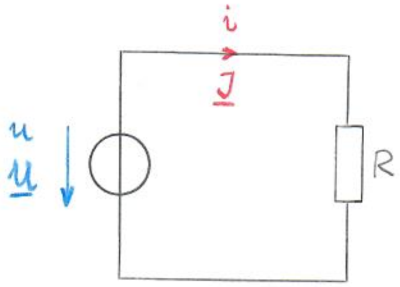


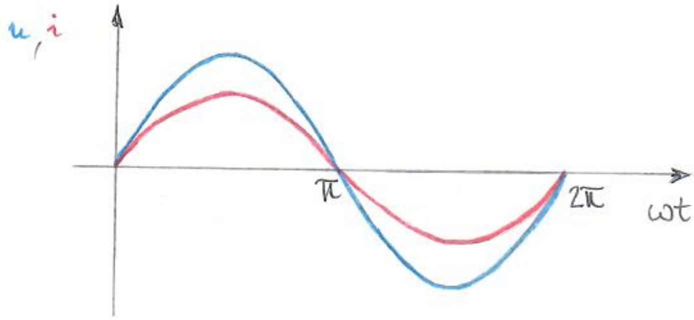
Anmerkung zur komplexen Rechnung:

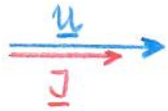
Die komplexe Rechnung erfolgt im Verlauf der folgenden Kapitel.

3. Grundschaltelemente an Wechselspannung

Kreis mit ohmschen Widerstand







$$\boxed{J = \frac{U}{R}}$$ R: Wirkwiderstand (Resistanz) od. ohmscher Widerstand

$$\boxed{G = \frac{1}{R}}$$ G: Wirkleitwert (Konduktanz) od. ohmscher Leitwert

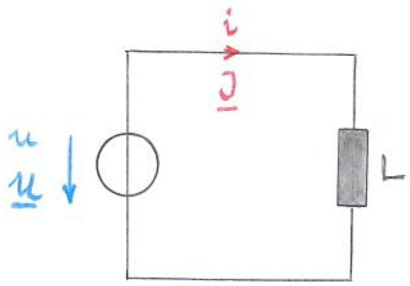
komplexe Darstellungsweise der Spannung:

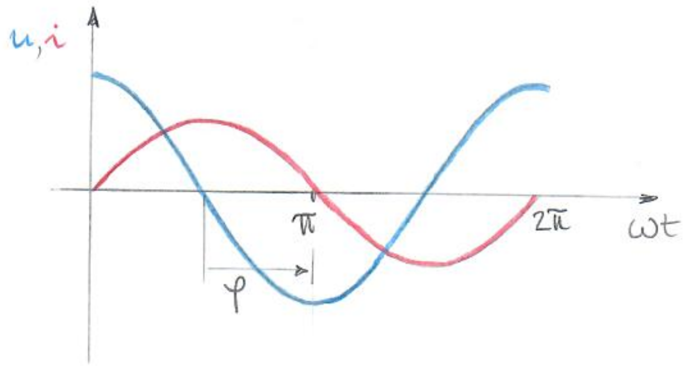
$$\underline{U} = U \cdot e^{j\omega t}$$

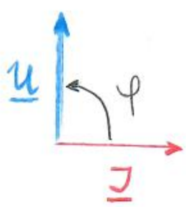
es ergibt sich für den Strom:

$$\underline{J} = \frac{\underline{U}}{R} = \frac{U}{R} \cdot e^{j\omega t}$$

Kreis mit Spule







$$J = \frac{U}{\omega L}$$ mit $\omega L = X_L$ ⇝ $$\boxed{J = \frac{U}{X_L}}$$

Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot f$

X_L: Blindwiderstand (Reaktanz) od. induktiver Blindwiderstand

$$B_L = \frac{1}{\omega L}$$ B_L: Blindleitwert (Suszeptanz) od. induktiver Blindleitwert

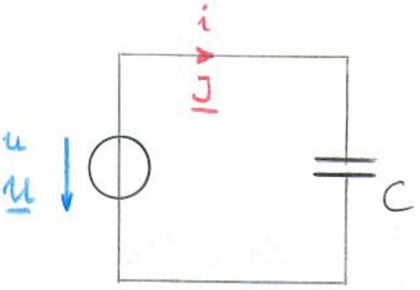
$$u = L \cdot \frac{di}{dt} \; ; \; i = \hat{i} \cdot \sin \omega t \; ;$$

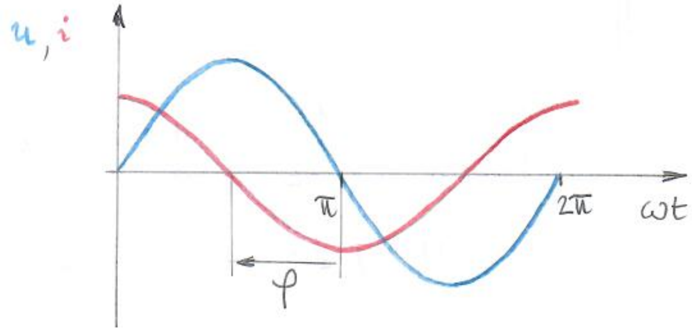
$$u = L \cdot \frac{d \cdot (\hat{i} \cdot \sin \omega t)}{dt} = $$

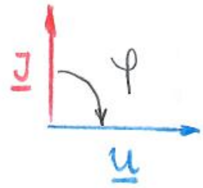
$$= \underbrace{\hat{i} \cdot \omega L}_{\hat{u}} \cdot \cos \omega t$$

⇝ $\hat{i} = \frac{\hat{u}}{\omega L}$ bzw Effektivwerte $J = \frac{U}{\omega L}$;

Kreis mit Kondensator







$J = \omega C \cdot U$ mit $\omega C = \frac{1}{X_C}$ $\curvearrowright$ $\boxed{J = \frac{U}{X_C}}$

Kreisfrequenz $\omega = 2\pi \cdot f$

X_C : Blindwiderstand (Reaktanz) od. kapazitiver Blindwiderstand

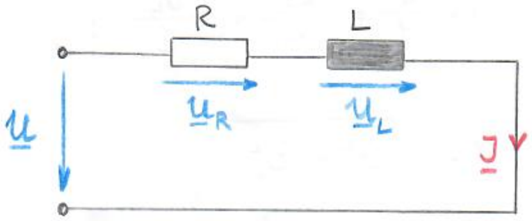
$B_C = \omega C$ B_C : Blindleitwert (Suszeptanz) od. kapazitiver Blindleitwert

$i = C\frac{du}{dt}$; $u = \hat{u} \cdot \sin \omega t$;

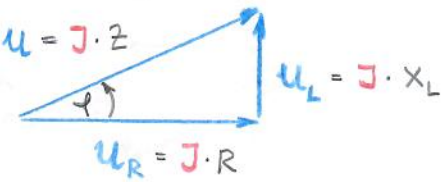
$i = C \cdot \frac{d(\hat{u} \cdot \sin \omega t)}{dt} = \underbrace{\hat{u} \cdot \omega C}_{\hat{i}} \cdot \cos \omega t$

$\curvearrowright$ $\hat{i} = \hat{u} \cdot \omega C$ bzw. Effektivwerte $J = U \cdot \omega C$;

Kreis mit Spule und Reihenwiderstand

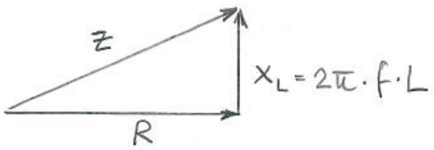


Spannung u. Strom:



$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$; $J = \frac{U}{Z} = \frac{U_R}{R} = \frac{U_L}{X_L}$;

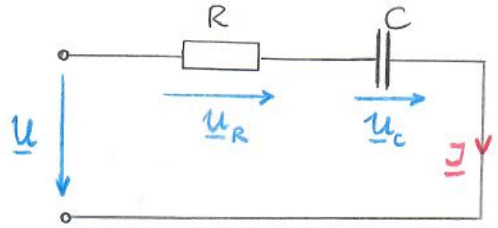
Scheinwiderstand:
(Impedanz)



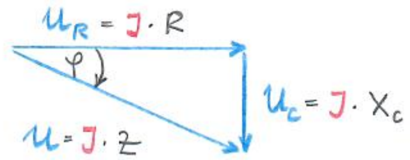
$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$;

$\varphi = \arctan \frac{X_L}{R} = \arctan \frac{U_L}{U_R}$;

Kreis mit Kondensator und Reihenwiderstand

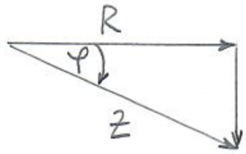


Spannung u. Strom:



$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} \; ; \quad J = \frac{U}{Z} = \frac{U_R}{R} = \frac{U_C}{X_C} \; ;$$

Scheinwiderstand:
(Impedanz)

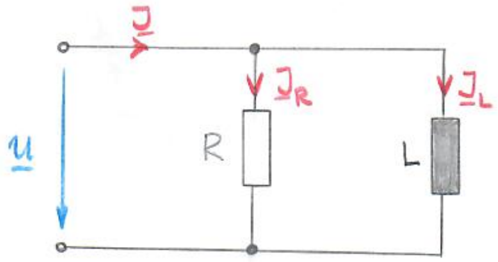


$$X_C = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

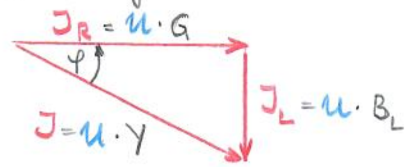
$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \; ;$$

$$\varphi = -\arctan \frac{X_C}{R} = -\arctan \frac{U_C}{U_R} \; ;$$

Kreis mit Spule und Parallelwiderstand

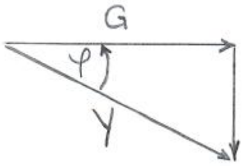


Spannung u. Strom:



$$J = \sqrt{J_R^2 + J_L^2} \; ; \quad U = \frac{J}{Y} = \frac{J_R}{G} = \frac{J_L}{B_L} \; ;$$

Scheinleitwert:
(Admittanz)

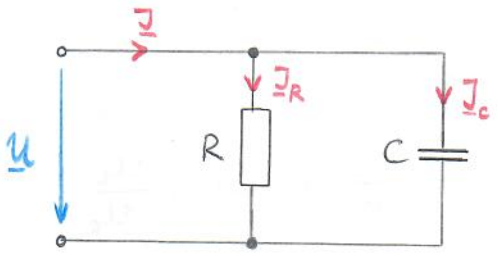


$$B_L = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L}$$

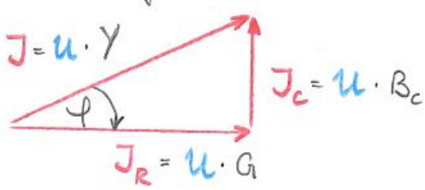
$$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2} \; ;$$

$$\varphi = \arctan \frac{B_L}{G} = \arctan \frac{J_L}{J_R} \; ;$$

Kreis mit Kondensator und Parallelwiderstand

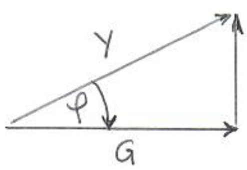


Spannung u. Strom:



$$J = \sqrt{J_R^2 + J_C^2} \; ; \quad U = \frac{J}{Y} = \frac{J_R}{G} = \frac{J_C}{B_C} \; ;$$

Scheinleitwert:
(Admittanz)



$$B_C = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B_C^2} \; ;$$

$$\varphi = -\arctan \frac{B_C}{G} = -\arctan \frac{J_C}{J_R} \; ;$$